UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PET - PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL - ENG. ELÉTRICA

CIT 2015.2

Fundamentos de Matemática

Palestrante: Amanda Araújo
Caroline Pereira
Nayara Medeiros

Carga Horária: 2 h

Sumário

1. Números complexos

- Definição
- Forma algébrica
- Forma trigonométrica e plano de Argand-Gauss
- Operações com números complexos

Números Complexos

Vamos resolver rapidamente a equação do segundo grau : $x^2 + 1 = 0$

$$x^2 = -1 \rightarrow x = \sqrt{-1}$$

Chega-se a um impasse: como tirar a raiz quadrada de números negativos?

A resposta está no uso dos números complexos.

Forma retangular

Representamos um número complexo z como um par ordenado z = (x,y) sendo x Є R e y Є R, na seguinte forma:

$$z = a + bi \text{ (forma algébrica) },$$

Por definição:

a: parte real de z, também conhecida como Re(z)

b: parte imaginária de z, também conhecida como Im(z)

i: unidade imaginária, corresponde ao numero complexo (0,1)

Operações Básicas

- Adição: funciona como nos números reais:

$$(a, b) + (c, d) = (a + b, c + d)$$ (forma de par ordenado)

$$a + bi + c + di = (a + b) + (c + d)i$$ (forma algébrica)

A subtração ocorre do mesmo modo da adição.

Operações Básicas

- Multiplicação: aqui as coisas funcionam um pouco diferente da álgebra "normal".

$$(a, b).(c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

Ou, na forma algébrica:

$$(a + bi).(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Ex: (2+2i) * (3+4i)

Conclusão

- Agora podemos achar : $\sqrt{-1}$

Elevamos o número complexo (0,1) ou, simplesmente, **i**, ao quadrado.

$$i^2 = (0,1) \cdot (0,1) = (0 \cdot 0 - 1 \cdot 1, 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0) = (-1,0)$$
$$= -1$$

A conclusão é que i = $\sqrt{-1}$.

Operações Básicas

- Das operações básicas, ainda falta a divisão.

  Para isto, precisamos do conceito de conjugado.

  Conjugado: para um complexo z = a+bi, o seu conjugado $\bar{z}$ é dado por:

$$\bar{z} = a - bi$$

Operações Básicas

- Na divisão, multiplica-se em cima e embaixo da fração pelo conjugado do de baixo.

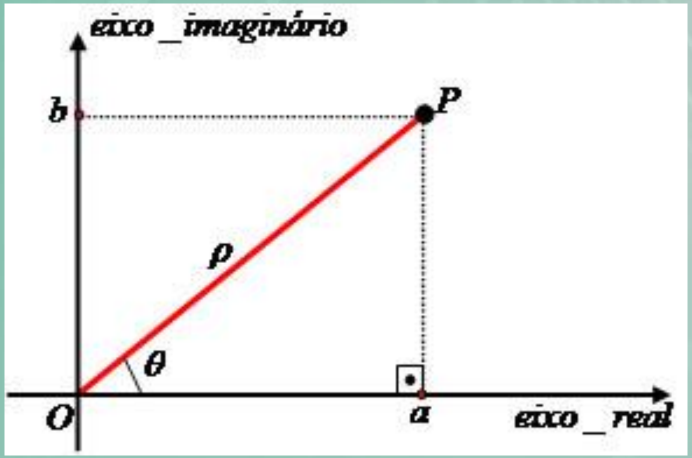
  Em linguagem matemática: $\frac{c}{z} = \frac{c}{z} \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{z}}$

Ex: $\frac{3+2i}{1+i}$

Plano de Argand-Gauss

- Representação geométrica dos números complexos:

P =(a,b) = a+bi



Forma trigonométrica

- Representação polar de um número complexo

$$P = (a, b) = (\rho, \theta)$$

Em que:

ρ : chamado de **argumento**, é a distância do ponto que representa o número complexo à origem

θ : é o ângulo entre o segmento de reta que liga o ponto à origem e o eixo dos reais;

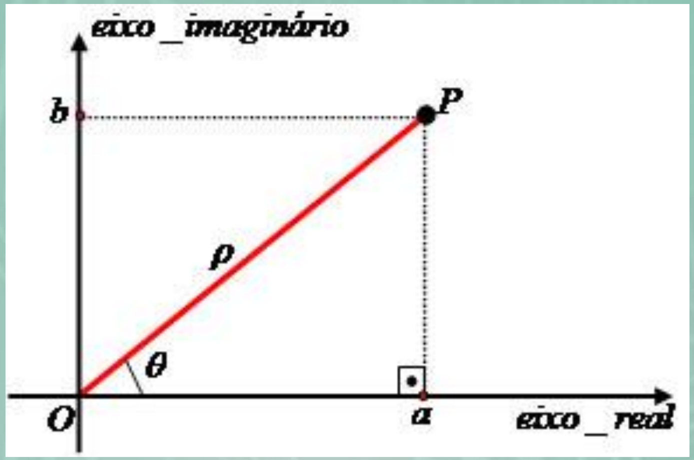
- Usando trigonometria, temos:

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\frac{b}{a} = \tan\theta$$

$$\cos\theta = \frac{b}{\rho}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{a}{\rho}$$



- Portanto, temos agora a forma trigonométrica de um número complexo:

$$z = (a + bi) = \rho \cdot (cos\theta + \ \text{sen}\,\theta \cdot i)$$

- Ex: $\sqrt{3} + i$

Referências

- Dante – Matemática – Contexto e Aplicações – Volume Único – 3ª Edição